filali jaouad

les suites en 1 bac SM

Exercice 1 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n+4}{u_n+6} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

① - Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n \geq 2$.

②- Montrer que la suite u_n est décroissante, et qu'elle est convergente.

③- On pose : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 2}$.

a - Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer sa raison .

b - Calculer (v_n) puis (u_n) en fonction de n.

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{2}{3}u_n^2 + 2} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

① - a - Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n \succ \sqrt{6}$.

b - Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante, et qu'elle est convergente.

② - On pose : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $v_n = u_n^2 - 6$.

a - Montrer que (v_n) est une suite géométrique déterminer sa raison et son premier terme.

b - Calculer v_n Puis en u_n en fonction de n.

Exercice 3 :

Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ deux suites définies par :

$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ et $\begin{cases} v_1 = 12 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

① - Calculer : u_2 , v_2 et v_3 .

②- On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $w_n = v_n - u_n$.

a - Montrer que (w_n) est une suite géométrique et déterminer .

b - Calculer $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} w_n$.

③- a - Montrer que la suite u_n est croissante et que la suite v_n est décroissante.

b - Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $u_n \prec v_n$ puis déduire que : $u_1 \leq u_n \prec v_n \leq v_1$.

④- On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $t_n = 3u_n + 8v_n$

a - Montrer que (t_n) est une suite constante .

b - Exprimer (u_n) et (v_n) en fonction de n.