Filali jaouad	Etude de fonctions	2022/2023
2BAC PC		

Exercice 1:

Soit la fonction définie par $f(x)=2x+5-\sqrt{x^2+2x}$. On désigne par ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ a) déterminer le domaine de définition de f.

b) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

c) montrer que la droite $\Delta:y=x+4$ est asymptote oblique de ζ au voisinage de $+\infty$.

d) Montrer que ζ possède une asymptote oblique que l'on précisera

2/ étudier la dérivabilité de f à gauche en -2 et à droite en0 et interpréter les résultats

3/ on désigne par g la restriction de f à l'intervalle$]-\infty,-2]$.

a) Dresser le tableau de variations de g.

b) montrer que g réalise une bijection de$]-\infty,-2]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Montrer que $g(x)=0$ admet dans$]-\infty,-2]$ une solution unique α et que $\alpha\in]-3,-2[$.

d) Calculer $g(-3)$ et $(g^{-1})'(-1-\sqrt{3})$.

4/ Construire dans le même repère les courbes représentatives de g et g^{-1}.

5/ soit la fonction h définie sur par $h(x)=f(|x|)$

a) montrer que h est paire

b) en déduire les variations de h.

c) Tracer la courbe de h dans le même repère

Exercice 2:

On considère la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par $f(x)=x-1+\sqrt{x^2-1}$ et on désigne par ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2/ a) étudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

b) montrer que f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et calculer $f'(x)$.

a) dresser le tableau de variations de f.

3/ a) montrer que la courbe ζ admet une asymptote oblique D que l'on déterminera.

b) préciser la position de ζ par rapport à D.

4/ déterminer les coordonnées su point d'intersection de ζ et $\Delta:y=x$.

5/ a) montrer que f est une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) déterminer $f^{-1}(x)$ pou $x\in J$.

6/ tracer la droite D, les courbe ζ et ζ' de f^{-1}.

7/ soit φ la fonction définie sur $]0,1[$ par $\varphi(x)=f(\frac{1}{x})$.

a) montrer que φ est dérivable sur $]0,1[$ et calculer $\varphi'(x)$.

b) en déduire les variations de φ.

filali jaouad

Exercice 3:

Soit f la fonction définie par: $f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ *; on note* ζ *la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé .* $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/Montrer que f est dérivable sur IR.

b) montrer que pour tout $x\in IR$*,* $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}^{\,3}}$ *.*

a) Dresser le tableau de variations de f.

b) En déduire le signe de f(x) pour tout $x\in IR$*.*

2/ a) vérifier que la tangente T à la courbe ζ *au point d'abscisse 0 a pour équation y=x+1.*

b) étudier la position relative de ζ *par rapport à T.*

c) démontrer que le point W(0,1) est un point d'inflexion de ζ*.*

3/ montrer que le point W est un centre de symétrie de ζ*.*

4/ a) montrer que ζ *admet au voisinage de* $+\infty$ *une asymptote horizontale D dont on donnera une équation et au voisinage de* $-\infty$ *une asymptote horizontale qui est l'axe des abscisses.*

b) étudier la position de ζ *par rapport à la droite D et à* $(O,\vec{i})$*.*

5/ tracer ζ*, T et D dans le repère* $(O,\vec{i},\vec{j})$ *.*

6/ a) montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b) tracer dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ *la courbe* ζ' *représentative de la fonction* f^{-1}*.*

7/ a) étudier la dérivabilité de f^{-1} *sur J.*

b) montrer que pour tout]0,2[, $f\left(\frac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}}\right)=x$

c) donner l'expression de $f^{-1}(x)$ *pour* $x\in]0,2[$*.*

d) calculer $(f^{-1})'(x)$*.*

8/ soit g la fonction définie sur IR par g(x)=f(x)-x.

a) montrer que g est strictement décroissante sur $[0,+\infty[$*.*

b) En déduire que l'équation f(x)=x admet une solution unique α *dans]1,2[.*

filalijaouad