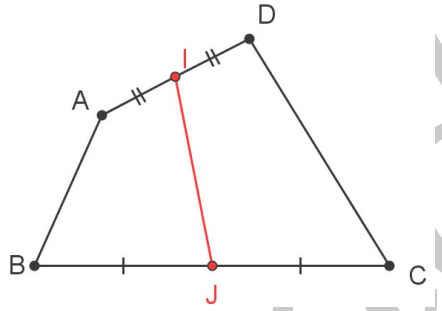
EXERCICES SUR LE BARYCENTRE
1 BAC SEXP

EXERCICE 1 :

Rappels sur les vecteurs

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque, I le milieu de $[AD]$ et J celui de $[BC]$.



1) Ecrire $\overrightarrow{IJ}$ comme la somme de $\overrightarrow{AB}$ et de deux autres vecteurs que l'on précisera.
2) Décomposer le même $\overrightarrow{IJ}$ en utilisant $\overrightarrow{DC}$.
3) En déduire que $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

EXERCICE 2 :

Rappels sur les vecteurs

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O, I est le milieu de $[AB]$ et J le point tel que $\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{OC}$.

1) Exprimer $\overrightarrow{OI}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
2) Justifier les égalité : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OJ}$.
3) Quel théorème vous permet de conclure que O, I et J sont alignés ?

EXERCICE 3 :Rappels sur les vecteurs

ABC est un triangle, E est tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, I est tel que $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ et F est tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Démontrer que I, E et F sont alignés.

EXERCICE 4 :

Barycentre de deux points

A et B sont deux points tels que $AB = 6$ cm. Construire (s'il existe) le barycentre de (A,α), (B,β) dans chacun des cas suivants :

1) $\alpha = 4,\ \beta = -1$
2) $\alpha = 2,\ \beta = 1$
3) $\alpha = 2,\ \beta = -2$
4) $\alpha = \frac{1}{10},\ \beta = \frac{1}{5}$

EXERCICE 5 :

Barycentre de deux points

Pour les exercices suivants, les points A, B et C sont indiqués sur la figure. Dans les deux cas suivants, trouver deux réels α et β tels que :

- A soit le barycentre de (B,α), (C,β) ;
- B soit le barycentre de (A,α), (C,β) ;
- C soit le barycentre de (A,α), (B,β).

1)

2)

filali jaouad

EXERCICE 6 :

Barycentre de trois points

ABC est un triangle de centre de gravité G. G' est le symétrique de G par rapport au milieu de $[BC]$.

1) Prouver que G est le milieu de $[G'A]$.
2) Justifier que : $\overrightarrow{G'G} = \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}$
3) Exprimer $\overrightarrow{G'A}$ en fonction de $\overrightarrow{G'B}$ et $\overrightarrow{G'C}$ puis en déduire que G' est un barycentre de A, B et C affectés de coefficients que l'on précisera.

EXERCICE 7 :

Barycentre de trois points

ABC est un triangle. Construire (s'il existe) le barycentre G de (A, α), (B, β), (C, γ). Construire d'abord un barycentre de deux points, puis utiliser la règle d'associativité.

1) $\alpha = 3,\ \beta = 2,\ \gamma = 1$
2) $\alpha = 1,\ \beta = -1,\ \gamma = -3$
3) $\alpha = \frac{1}{2},\ \beta = -\frac{1}{3},\ \gamma = -\frac{1}{6}$
4) $\alpha = 2,\ \beta = 1,\ \gamma = 2$

EXERCICE 8 :

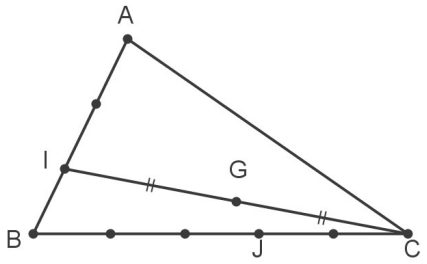
Barycentre de trois points

ABC est un triangle ; I est le barycentre de $(A, 2)$, $(B, 1)$. J celui de $(B, 1)$, $(C, -2)$ et G le barycentre de $(A, 2)$, $(B, 1)$, $(C, -2)$. Le but de l'exercice est de localiser G à l'intersec-tion de deux droites.

1) Quel théorème permet de justifier l'alignement de A, J et G, puis celui de C, I et G ?
2) En déduire que G est à l'intersection de (AJ) et de (CI). Placer alors G.
3) Démontrer que (BG) et (AC) sont parallèles.

EXERCICE 9 :

ABC est un triangle. Les points I et J sont repérés sur la figure ci-contre, dont les graduations sont régulières. G est le milieu de $[CI]$. Le but de l'exercie est de montrer que A, G et J sont alignés.



1) Exprimer I comme un barycentre de A et de B, puis J comme un barycentre de B et de C.
2) On note G' le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$, $(C, 3)$. Quel théorème permet de justufier que G' est le milieu de $[IC]$? En déduire de $G' = G$.
3) Démontrer que A, G et J sont alignés.

fiali jaouad

EXERCICE 10 :

Barycentre de trois points

ABC est un triangle de centre de gravité G. Le but de l'exercice est de déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que le vecteurs $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

1) Exprimer $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$.
2) Justifier l'affirmation :
   "Dire que M appartient à Δ équivaut à dire que $\overrightarrow{GM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$"
3) En déduire Δ et le construire.

EXERCICE 11 :

Barycentre de *4* points

Pour les exercices suivants, justifier de l'existence du barycentre G, puis le construire.

1) $ABCD$ est un rectangle et G le barycentre de $(A,-1)$, $(B,2)$, $(C,2)$, $(D,2)$.
2) $ABCD$ est un parallélogramme et G barycentre de $(A,2)$, $(B,-3)$, $(C,2)$, $(D,2)$.
3) $ABCD$ est un quadrilatère et G est le barycentre de $(A,-1)$, $(B,3)$, $(C,2)$, $(D,2)$.

EXERCICE 12 :

Barycentre de *4* points

$ABCD$ est un rectangle, construire le barycentre G de (A,α), (B,β), (C,γ), (D,δ) dans chacun des cas suivants :

1) $\alpha = -2,\ \beta = 3,\ \gamma = 1,\ \delta = 1$
2) $\alpha = -3,\ \beta = 2,\ \gamma = 1,\ \delta = -3$
3) $\alpha = -\frac{1}{8},\ \beta = \frac{3}{8},\ \gamma = \frac{1}{4},\ \delta = \frac{1}{2}$

EXERCICE 13 :

Coordonnées du barycentre

1) Placer les points $A(1;3)$ et $B(2;1)$.
2) Calculer les coordonnées des points M, barycentre de $(A,-1)$, $(B,3)$ et N, barycentre de $(A,2)$, $(B,-1)$.
3) Calculer le les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
4) Trouver le réel k tel que $\overrightarrow{MI} = k\overrightarrow{MN}$
5) En déduire deux réels α et β tels que I soit le barycentre de (M,α), (N,β).

EXERCICE 14 :

Coordonnées du barycentre

1) Placer les points $A(2;1)$, $B(-1;4)$ et $C(-3;-2)$.
2) Calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées de G', barycentre de $(A,-2)$, $(B,3)$, $(C,1)$.
4) les points O, G et G' sont-ils alignés ?

fiali jaouad

EXERCICE 15 :

Ensemble de points

$[AB]$ est un segment de longueur 5 cm. On se propose de trouver l'ensemble Γ des point M tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = 10$$

1) On pose G le barycentre de $(A, 2)$, $(B, 3)$. Réduire la somme $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$.
2) En déduire la nature de Γ. Construire alors Γ.

EXERCICE 16 :

Ensemble de points

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $AB = 4$ cm. On se propose de trouver l'ensemble Γ des points M tels que :

$$\| - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4$$

1) On pose G le barycentre de $(A, -1)$, $(B, 1)$, $(C, 2)$. Réduire la somme $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$.
2) En déduire la nature de Γ.
3) Montrer que Γ passe par le point C. Construire G puis Γ.

EXERCICE 17 :

Ensemble de points

ABC est un triangle équilatéral de côté 5 cm.

1) Construire G, barycentre de $(A, 1)$, $(B, -1)$, $(C, 1)$, et prouver que $ABCG$ est un losange.
2) Quel est l'ensemble Γ des points M tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

3) Vérifier que le milieu de $[AC]$ appartient à Γ. Tracer Γ.

EXERCICE 18 :

Ensemble de points

ABC est un triangle rectangle en A, I est le milieu de $[BC]$, Γ est le cercle de centre A passant par I. G est le point diamétralement opposé à I.

1) Prouver que le point G est le barycentre de $(A, 4)$, $(B, -1)$, $(C, -1)$.
2) Trouver deux réels b et c tels que A est le barycentre de $(G, 2)$, (B, b), (C, c).
3) Quel est l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{BC}\|$$

filali jaouad