

Soient f et g deux fonctions définies par : $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : D_g \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 - 2x$ et $x \mapsto x + 2 - 2\sqrt{x+1}$

Et soient (C_f) et (C_g) les courbes respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1
 - a) Déterminer D_g
 - b) Déterminer l'ensemble des antécédents de 1
 - c) Montrer que : $(\forall x \in D_g); g(x) \geq 0$
- 2
 - a) Dresser le tableau de variation de f .
 - b) Déterminer les points d'intersection de (C_f) et les axes du repère.
- 3 La courbe (C_g) représentative de la fonction g est tracée ci-dessous. (Voir figure 1)
 - a) Justifier que g est décroissante sur $[-1; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.
 - b) Vérifier que : $f(0) = g(0)$ puis représenter, dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la courbe (C_f) .
 - c) Montrer graphiquement que l'équation $f(x) = g(x)$ admet deux solutions dont l'une est α tel que $2 < \alpha < 3$.
 - d) Déterminer graphiquement $f(]-\infty; 0])$; $f([0; 1])$; $f([1; 2])$ et $f([2; +\infty[)$
 - e) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-1; +\infty[$ l'inéquation : $x^2 - 3x + 2\sqrt{x+1} - 2 \leq 0$
 - f) Déterminer graphiquement, selon le paramètre réel m , le nombre des solutions de l'équation : $2\sqrt{x+1} - x - 2 = m$
- 4 On considère la fonction h définie par : $h = g \circ f$
 - a) Déterminer D_h puis exprimer $h(x)$ en fonction de x .
 - b) Déterminer les variations de la fonction h en utilisant les variations de f et g sur les intervalles : $]-\infty; 0]$; $[0; 1]$; $[1; 2]$ et $[2; +\infty[$.
 - c) Montrer que : $h(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 4; & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 & ; \text{si } x \leq 1 \end{cases}$
 - d) Représenter dans un autre repère orthonormé la courbe représentative de la fonction h .
- 5 On considère la fonction k définie par : $k(x) = x - E(x) + 1 - 2\sqrt{x - E(x)}$.
 - a) Déterminer D_k puis montrer que k est périodique de période $T = 1$.
 - b) Montrer que : $(\forall x \in [-1; 0]) ; k(x) = g(x)$.
 - c) Tracer la courbe de la fonction k dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

