2022/2023	Devoir surveillé N° :1	TCSF

(4 points) **Exercice 1**

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$; H est le point tel que : $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$.

1 1) Construire E et F tels que : $\begin{cases} E \text{ est le projeté de } H \text{ sur } (BC) \text{ parallèlement à } (AB). \\ F \text{ est le projeté de } H \text{ sur } (BC) \text{ parallèlement à } (AC). \end{cases}$

2) Montrer que :

1 a) $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BI}$.

1 b) $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CI}$.

1 3) En déduire que I est le milieu de $[EF]$.

(4 points) **Exercice 2**

Soit ABC un traingle.

1 1) construire les points E; F et G tels que: $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1 2) Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{-2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1 3) Montrer que : $\overrightarrow{EG} = \frac{-9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

1 4) En déduire que les points E; F et G sont alignés.

(6 points) **Exercice 3**

Soient $a = 2352$ et $b = 1485$ et $c = 4 \times b$.

1.5+0.5 1) Montrer que les décomposition en produit de facteurs premiers de a et b sont :
$a = 2^4 \times 3 \times 7^2$ et $b = 3^3 \times 5 \times 11$ et déduire celle de c.

1.5 2) Calculer $pgcd(a; c)$ et $ppcm(a; c)$.

1 3) Déterminer le plus petit entier naturel n ; pour que le nombre $n \times a$ soit un carré parfait.

1.5 4) Déduire la simplification de $\frac{a}{c}$ et $\sqrt{ac}$ et $\frac{1}{a} + \frac{1}{c}$.

(6 points) **Exercice 4** **Les questions de cet exercice sont indépendantes.**

1 1) Quels sont les multiples communs de 5 et 6 compris entre 40 et 140.

1 2) $(11^{2021} + 1)$ est il un nombre premier? justifier la réponse.

1 3) Soit n un entier naturel; on pose : $a = 6^{n+2} - 6^{n}$; montrer que a est divisible par 7.

1 4) Soit n un entier naturel; on pose: $X = \frac{17}{n+2}$.

Déterminer les valeurs de n pour lesquelles X est un entier naturel.

1 5) Soit n un entier naturel;

Etudier la parité de A et B tels que: $A = 4^{n+2} + 6$ et $B = (n + 3) + (n + 4)$

1 6) Soient x et y deux nombres entiers naturels.

Déterminer les couples (x, y) tels que $(x - 5)(y - 1) = 7$.

	Devoir surveillé N° :1 2021-2022	TCSF

(4 points) **Exercice 1**

Soit ABC un triangle et J le milieu de $[BC]$; G est le point tel que : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AJ}$.

1 1) Construire M et N tels que : $\begin{cases} M \text{ est le projeté de } G \text{ sur } (BC) \text{ parallèlement à } (AB). \\ N \text{ est le projeté de } G \text{ sur } (BC) \text{ parallèlement à } (AC). \end{cases}$

2) Montrer que :

1 a) $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BJ}$.

1 b) $\overrightarrow{CN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CJ}$.

1 3) En déduire que J est le milieu de $[MN]$.

(4 points) **Exercice 2**

Soit ABC un traingle.

1 1) construire les points M; N et P tels que: $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1 2) Montrer que : $\overrightarrow{MN} = \frac{-2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1 3) Montrer que : $\overrightarrow{MP} = \frac{-9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

1 4) En déduire que les points M; N et P sont alignés.

(6 points) **Exercice 3**

Soient $a = 1485$ et $b = 2352$ et $c = 4 \times b$.

1.5+0.5 1) Montrer que les décomposition en produit de facteurs premiers de a et b sont :
$a = 3^3 \times 5 \times 11$ et $b = 2^4 \times 3 \times 7^2$ et et déduire celle de c.

1.5 2) Calculer $pgcd(a; c)$ et $ppcm(a; c)$.

1 3) Déterminer le plus petit entier naturel n ; pour que le nombre $n \times b$ soit un carré parfait.

1.5 4) Déduire la simplification de $\frac{a}{c}$ et $\sqrt{ac}$ et $\frac{1}{a} + \frac{1}{c}$.

(6 points) **Exercice 4** ***Les questions de cet exercice sont indépendantes.***

1 1) Soit n un entier naturel;

Etudier la parité de A et B tels que: $A = 2^{n+2} + 5$ et $B = (n + 4) + (n + 6)$

1 2) $(13^{2021} - 1)$ est il un nombre premier? justifier la réponse.

1 3) Soit n un entier naturel; on pose : $a = 7^{n+2} - 7^{n}$; montrer que a est divisible par 24.

1 4) Soit n un entier naturel; on pose: $X = \frac{13}{n+2}$.

Déterminer les valeurs de n pour lesquelles X est un entier naturel.

1 5) Quels sont les multiples communs de 5 et 8 compris entre 35 et 130.

1 6) Soient x et y deux nombres entiers naturels.

Déterminer les couples (x, y) tels que $(x - 3)(y - 2) = 11$.

Bon courage

2021 – 2022	**Mathématiques** *Devoir surveillé N° : 2* *Durée : 2h*	*TC BIOF*

(9 points) **Exercice 1 :** **Les questions de cet exercice sont indépendantes.**

1+0.5 1) on pose $A = \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{4+2\sqrt{3}}$. Calculer A^2 et en déduire écriture simplifiée de A.

2) soient a et b deux nombres réels non nuls:

1 a) Simplifier le nombre B tel que : $B = \dfrac{ab^{-2}(a^{-1}b)^4(ab^{-1})^2}{a^{-4}b(a^2b^{-1})^3a^{-1}b}$

0.5 b) Calculer B pour $a = 10^{-2}$ et $b = 10^{-3}$.

1 3) Donner l'écriture scientifique du nombre G tel que:

$$C = 16 \times 10^2 + 3 \times 10^{-2} - 1.5 \times 10^3$$

1 4) Développer et réduire : $D = (x-1)^3 + (x+2)^3$

1 5) Factoriser l'expression suivante: $E = x^3 + 8 - 2(x^2 - 4) + 2x + 4$.

1 6) On considère le nombre k tel que: $k = \dfrac{5}{\sqrt{3}} + \dfrac{10}{3+\sqrt{3}}$. Montrer que $k \in \mathbb{N}$.

7) On considère les deux nombres : $x = \sqrt{6}$ et $y = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$.

0.5 a) Vérifier que : $x - y = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1)$.

0.5 b) En déduire une comparaison de x et y.

1 8) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $F = \dfrac{3\times 2^{2n+3} - 8}{3\times 4^n - 1}$ est un **entier naturel**.

(5 points) **Exercice 2**

Soit x et y deux réels tels que: $x \geq 2$; $y \leq -3$ et $x - y = 8$.

1 1) Calculer : $G = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(y+3)^2}$.

1 2) Montrer que: $x \leq 5$ et $y \geq -6$.

1.5 3) Encadrer chacun des nombres : xy et $\dfrac{x}{y}$ et $x^2 + y^2$.

1.5 4) Calculerla valeur numérique de : $H = |x + y - 2| + |x + y + 4|$.

(5 points) **Exercice 3** **Les questions de cet exercice sont indépendantes.**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes:

1.5 a) $|2x+3| = 7$; b) $|x-4| < 5$; c) $|4x-6| \geq 2$

1.5 2) On pose : $I =]3; +\infty[$; $J =]-2; 6]$; $K =]-\infty; 2]$.

Déterminer : $I \cap J$; $J \cup K$; $I \cap K$

3) x et y deux réels tels que: $\dfrac{7}{5} < x < \dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{-7}{5} < y < \dfrac{-6}{5}$.

1 a) donner un encadrement de $x - y$ en précisant son amplitude.

1 b) en déduire que $\dfrac{11}{4}$ est une valeur approchée de $x - y$ à $\dfrac{3}{20}$ près .

(1 points) **Exercice 4**

1 Soient x et y deux nombres réels **strictement positifs**. Montrer que $4 < \dfrac{4x+5y}{x+y} < 5$

2021 – 2022	**Mathématiques** Devoir surveillé N° : 2 Durée : 2h	TC BIOF

(9 points) **Exercice 1 :** **Les questions de cet exercice sont indépendantes.**

1+0.5 1) on pose $A = \sqrt{6-4\sqrt{2}} - \sqrt{6+4\sqrt{2}}$. Calculer A^2 et en déduire écriture simplifiée de A.

2) soient a et b deux nombres réels non nuls:

1 a) Simplifier le nombre B tel que : $B = \dfrac{a^{-2}b(a^{-1}b)^{-3}(ba^{-1})^2}{ab^3(b^{-2}a^{-1})^2ab^{-1}}$

0.5 b) Calculer B pour $a = 10^3$ et $b = 10^2$.

3) Donner l'écriture scientifique du nombre G tel que:

1 $$C = -1.6 \times 10^3 - 0.3 \times 10^{-1} + 15 \times 10^2$$

1 4) Développer et réduire : $D = (x-2)^3 - (x+1)^3$

1 5) Factoriser l'expression suivante: $E = x^3 + 1 - (x^2 - 1) - x - 1$.

1 6) On considère le nombre k tel que: $k = \dfrac{1}{\sqrt{5}} + \dfrac{4}{5+\sqrt{5}}$. Montrer que $k \in \mathbb{N}$.

7) On considère les deux nombres : $x = \sqrt{10}$ et $y = \sqrt{5} + \sqrt{2} - 1$.

0.5 a) Vérifier que : $x - y = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{2}-1)$.

0.5 b) En déduire une comparaison de x et y.

1 8) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $F = \dfrac{5\times 3^{2n+3} - 27}{5\times 9^{n} - 1}$ est un **entier naturel**.

(5 points) **Exercice 2**

Soit x et y deux réels tels que: $y \geq 3$; $x \leq -2$ et $x - y = -9$.

1 1) Calculer : $G = \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(y-3)^2}$.

1 2) Montrer que: $y \leq 7$ et $x \geq -6$.

1.5 3) Encadrer chacun des nombres : xy et $\dfrac{x}{y}$ et $x^2 + y^2$.

1.5 4) Calculerla valeur numérique de : $H = |x + y + 3| + |x + y - 5|$.

(5 points) **Exercice 3** **Les questions de cet exercice sont indépendantes.**

1.5 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes:

a) $|2x - 1| = 5$; b) $|4x - 2| < 6$; c) $|x + 3| \geq 1$

1.5 2) On pose : $A = [0; +\infty[$; $B = [-3; 8[$; $C =]-\infty; -2[$.

Déterminer : $A \cap B$; $B \cup C$; $A \cap C$

3) Soient x et y deux réels tels que: $\dfrac{11}{10} < x < \dfrac{6}{5}$ et $\dfrac{-11}{10} < y < \dfrac{-4}{5}$.

1 a) Donner un encadrement de $x - y$ en précisant son amplitude.

1 b) En déduire que $\dfrac{21}{10}$ est une valeur approchée de $x - y$ à $\dfrac{1}{5}$ près .

(1 points) **Exercice 4**

1 Soient a et b deux nombres réels **strictement positifs**. Montrer que $1 < \dfrac{2a+b}{a+b} < 2$