Prof : Filali Jaouad DS N°1 1^{er} SM2 Fes City Collège

2018/2019

Ex 1 : (7pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+2}$

1°) Déterminer D_f et montrer que f est paire (0.5pt)

2°) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = 3 - \frac{7}{x^2+2}$ (0.5pt)

3°) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $-\frac{1}{2} \leq f(x) < 3$ (1pt)

b) Est ce que $\frac{-1}{2}$ est une valeur minimale absolue de f (0.5)

4°) Soient a et b deux éléments distincts de $\mathbb{R}$

a) Montrer que $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{7(a+b)}{(a^2+2)(b^2+2)}$ (1pt)

b) Déduire les variations de f sur les intervalles $[0,+\infty[$ et $]-\infty,0]$ (1pt)

En utilisant la monotonie h Montrer que si $a+b \geq \sqrt{2}$ alors $\frac{1}{(a+b)^2+2} \leq \frac{1}{4}$ (1pt)

5°) On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2$ et on pose $h = fog$

a) Déterminer D_h (0.5pt)

b) Etudier les variations de h sur $[0,+\infty[$ et $]-\infty,0]$ (2pts)

Ex 2 : (4pts)

1°) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $0 \leq x - E(x) < 1$ (1pt)

2°) On considère la fonction on g définie par $g(x) = \frac{x-E(x)}{x+1-E(x)}$

a) Montrer que $D_g = \mathbb{R}$ (1pt)

b) Montrer que tout $x \in \mathbb{R}$ on a $g(x+1) = g(x)$ (1pt)

c) Montrer que pour tout $x \in [0,1[$ $g(x) = \frac{x}{x+1}$ (1pt)

Ex 3 : (3pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1°) Déterminer D_f (1pt)

2°) Montrer que $1 = Min\, f(x)$ et $\frac{7}{3} = \text{Max}\, f(x)$ (2pts)

Ex 4 : (6pts)

On pose $f(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+2}$

1°) Déterminer D_f (1pt)

2°) Montrer que f est minorée par 1 (1pt)

3°) Montrer que f est la composée de deux fonctions u et v (càd $f = uov$), déterminer u et v (2pts)

4°) Etudier les variations de f sur $[-1,+\infty[$ (2pts)

Bonus : Resoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4E(x)+1 = x$ (+2)