Année scolaire 2012/13	*Mathématiques*	*Lycée Abdelkrim Raïs*
Niveau: 1BAC SM	*DS 1 2h*	*Filali jaouad*

Exercice 1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\sqrt{x-5} \le x-6$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-4}=\sqrt{x+4}$

Exercice 2 :

1) Démontrer que $\forall(x,y)\in\left(\mathbb{R}_+^*\right)^2 \quad x^2+y^2=1 \Rightarrow 1<x+y\le\sqrt{2}$

2) Démontrer par récurrence $(\forall n\in\mathbb{N})\ 1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4^2}+\ldots\ldots\ldots\ldots+\dfrac{1}{4^n}=\dfrac{1}{3}\left(4-\dfrac{1}{4^n}\right)$

Exercice3: **A,** B **,** C **et** D **sont des parties de** E

1) Montrer que $(A-B)-C=A-(B\cup C)$

2) Montrer que $(A-B)\cap(C-D)=(A\cap C)-(B\cup D)$

3) Montrer que $\begin{cases} B\subset A \\ A-B=C \end{cases} \Rightarrow B\cup C=A$

4)*Simplifier* $\left[\overline{\left(A\cap\bar{B}\right)}\cap\overline{\left(A\cap\bar{C}\right)}\right]\cup A$

Exercice4:

Soient les deux ensembles $A=\{x\in\mathbb{R} : |x|>2\}$ **et** $B=\left\{x\in\mathbb{R} : \dfrac{3x-2}{x+2}>1\right\}$ **Montrer que** $A=B$

Exercice 5 Soit f **_une application de sorte que** $\begin{aligned} f : [0,2] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)^2 \end{aligned}$

1- Est-ce que f **est injective ? surjective ?**

2-a) Résoudre dans l'intervalle $[0,2]$ $f(x)=[x]$ $\left([x] \text{ est la partie entière de } x\right)$

b) $f(x)\ge 1-x$

3-Déterminer $f([0,2])$

4-On considère l' application $\begin{aligned} g : [0,2] &\rightarrow f([0,2]) \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$

a-Montrer que g **est une bijection et que** $g^{-1}=g$

b-Vérifier que $gog=id_{[0,2]}$

Exercice 6 : *On Considère l'application* $\begin{array}{l} f:\mathbb{N}^* \to \mathbb{N} \\ \quad n \to n^3 - n \end{array}$

1-Montrer que $f(n)$ *est divisible par* 3 *pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$***)***

2- Montrer que f est injective est ce surjective ?

3. On pose $S_n = f(1) + f(2) + f(3) + \dots\dots\dots f(n)$

Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : S_n = \dfrac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$

Pratique 7. *Déterminer le domaine de définition et étudier la parité de ces deux fonctions*

$f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ $g(x) = \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x^2+|x|}}$