PARITÉ - SYMÉTRIE - PÉRIODICITÉ

PARITÉ - PERIODICITÉ :

type de f	définition	conséquences
f est paire	$(\forall x \in D_f) : \begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$	$\star$ il suffit de l'étudier sur $D_f \cap \mathbb{R}^+$ $\star$ (C_f) est symetrique par % à (OY)
f est impaire	$(\forall x \in D_f) : \begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$	$\star$ il suffit de l'étudier sur $D_f \cap \mathbb{R}^+$ $\star$ (C_f) est symetrique par % à O
f est périodique de période T $(T > 0)$	$(\forall x \in D_f) : \begin{cases} x + T \in D_f \\ f(x+T) = f(x) \end{cases}$	il suffit de l'étudier sur un intervalle de longueur T

SYMETRIE :

propriètè	équivalent à	conséquences
la droite $x = a$ est un axe de symetrie de (C_f)	$(\forall x \in D_f) : \begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$	il suffit de l'étudier sur $D_f \cap [a, +\infty[$
la point $\Omega(a, b)$ est un centre de symetrie de (C_f)	$(\forall x \in D_f) : \begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = 2b - f(x) \end{cases}$	il suffit de l'étudier sur $D_f \cap [a, +\infty[$

CONCAVITÉ, LA CONVEXITÉ ET LE POINT D'INFLEXION

x		a	
f''	$-$	0	$+$
(C_f)	concave		convexe

x		a	
f''	$+$	0	$-$
(C_f)	convexe		concave

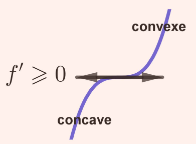
$M(a, f(a))$ est un point d'inflexion

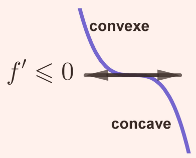
Proposition :

Si f" s'annule en a de I et change de signes au voisinage de a, alors le point $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f).

Proposition :

Si f' s'annule en a de I et ne change pas de signes au voisinage de a, alors le point $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f).





LES BRANCHES INFINIES

- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}=a\neq 0$
    - $\lim\limits_{x\to\infty} (f(x)-ax)=b$: la droite $y=ax+b$ est une asymptote oblique (fig6)
    - $\lim\limits_{x\to\infty} (f(x)-ax)=\infty$: (C_f) admet une branche parabolique suivant $(D):y=ax$ (fig5)
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}=0$: (C_f) admet une branche parabolique suivant (OX) (fig3)
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}=\infty$: (C_f) admet une branche parabolique suivant (OY) (fig4)
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\beta$: la droite $x=\beta$ est une asymptote horizontale (fig2)
- $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=\infty$: la droite $x=\alpha$ est une asymptote verticale (fig1)

La droite d'équation $y=ax+b$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $\pm\infty$ $\iff \lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-(ax+b))=0$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)=\pm\infty \not\Rightarrow$ (C_f) admet une branche parabolique suivant La droite d'équation $y=ax$ au voisinage de $\pm\infty$

ASYMPTOTES DES FIGURES :

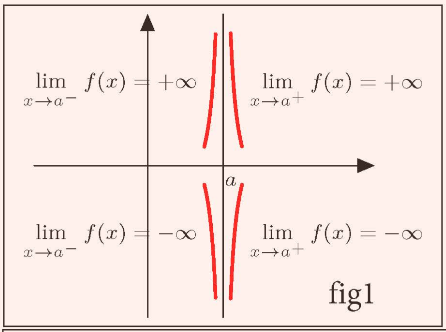


fig1

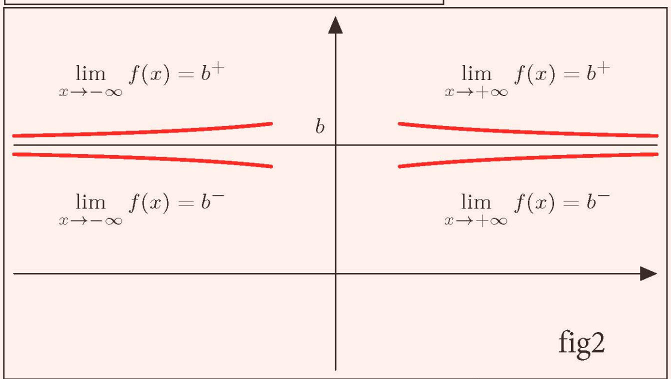


fig2

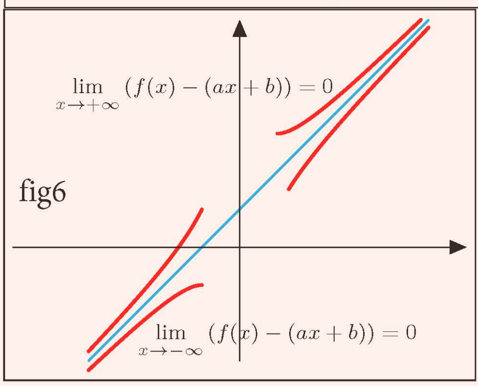


fig6

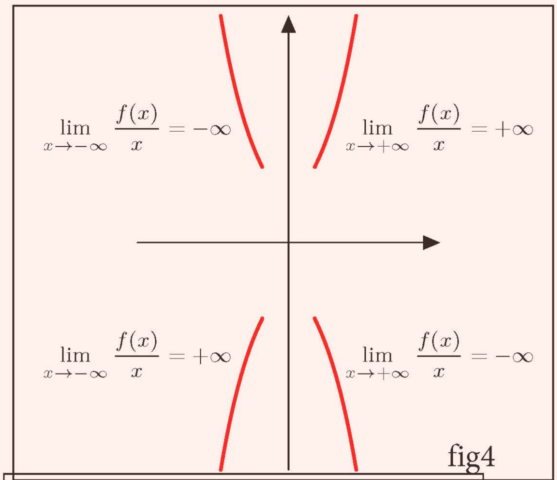


fig4

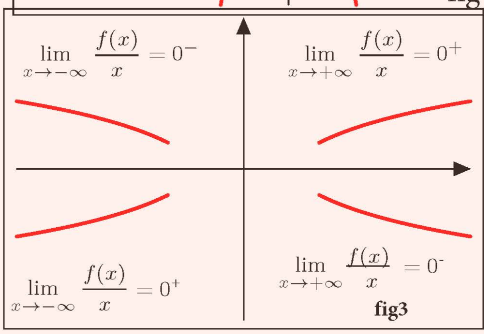


fig3

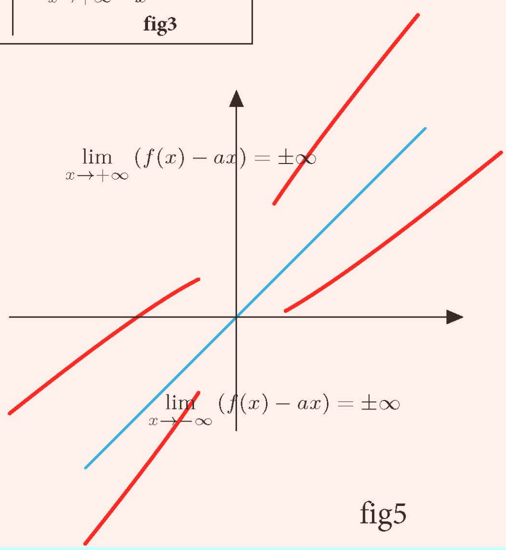


fig5